TEMA 3

Modelo básico de demanda

Revisado en octubre de *2023*.

"Tomé otro bocadillo de calamares, no sólo porque figurase en mis preferencias, sino porque mi peculio no daba para excesivas alegrías"

Emilio Pascual, Días de Reyes Magos.

3.1. Función de Demanda.

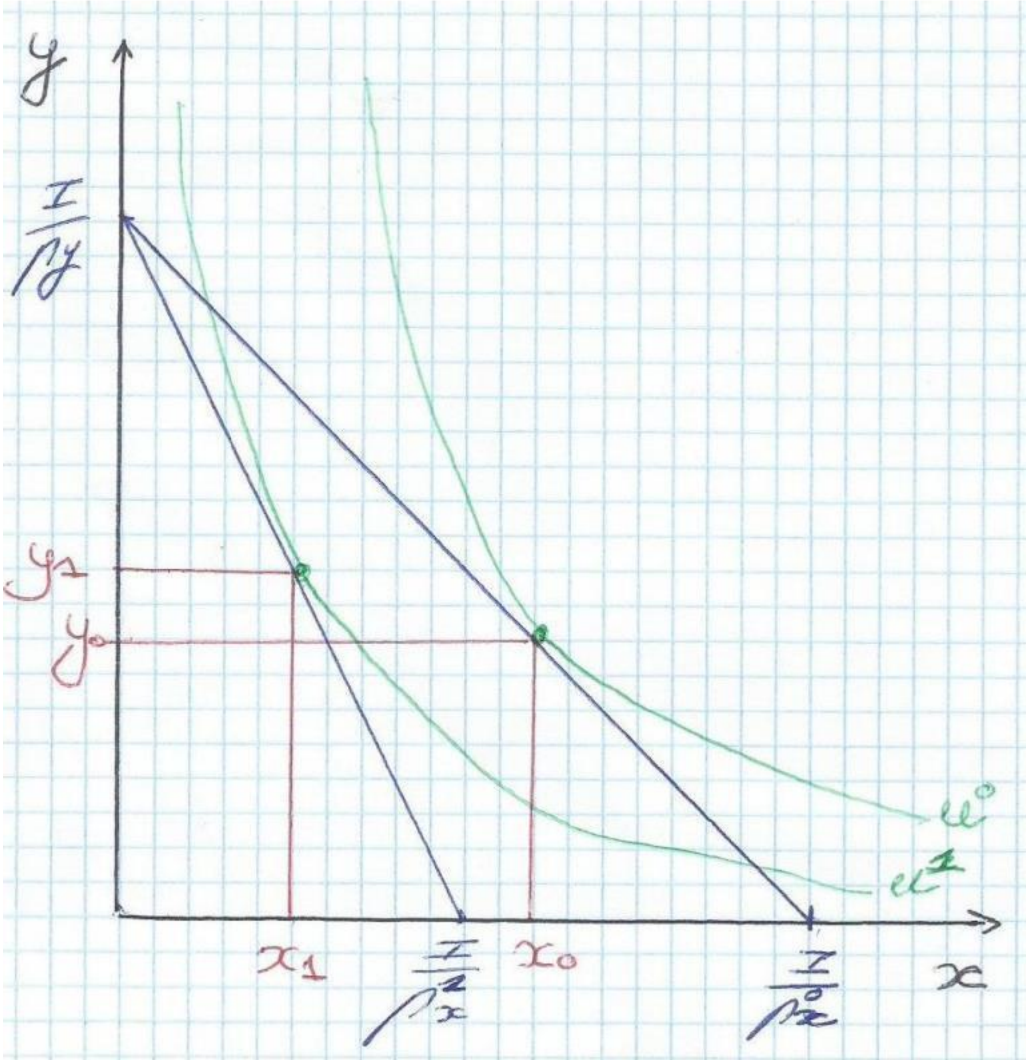
El comportamiento del consumidor se modeliza como el resultado de elegir las cantidades de bienes que maximizan la *Utilidad* (bienestar) sujeta a una *Restricción Presupuestaria*.

El resultado de este proceso de optimización son unas cantidades de bienes x e y que dependen de los *Precios* de los bienes y de la *Renta*. Por tanto, las *Cantidades Óptimas* consumidas cambian si cambian *Precios* y *Renta*. En otras palabras, las *Cantidades Óptimas* consumidas son *Funciones* de los *Precios* y las *Rentas*.

***Función de Demanda Ordinaria*: relaciona la cantidad óptimas consumida de un bien con los *Precios* y la *Renta*.**

Desarrollo gráfico del concepto de *Función de Demanda*.

Equilibrio. Subida del precio de x.



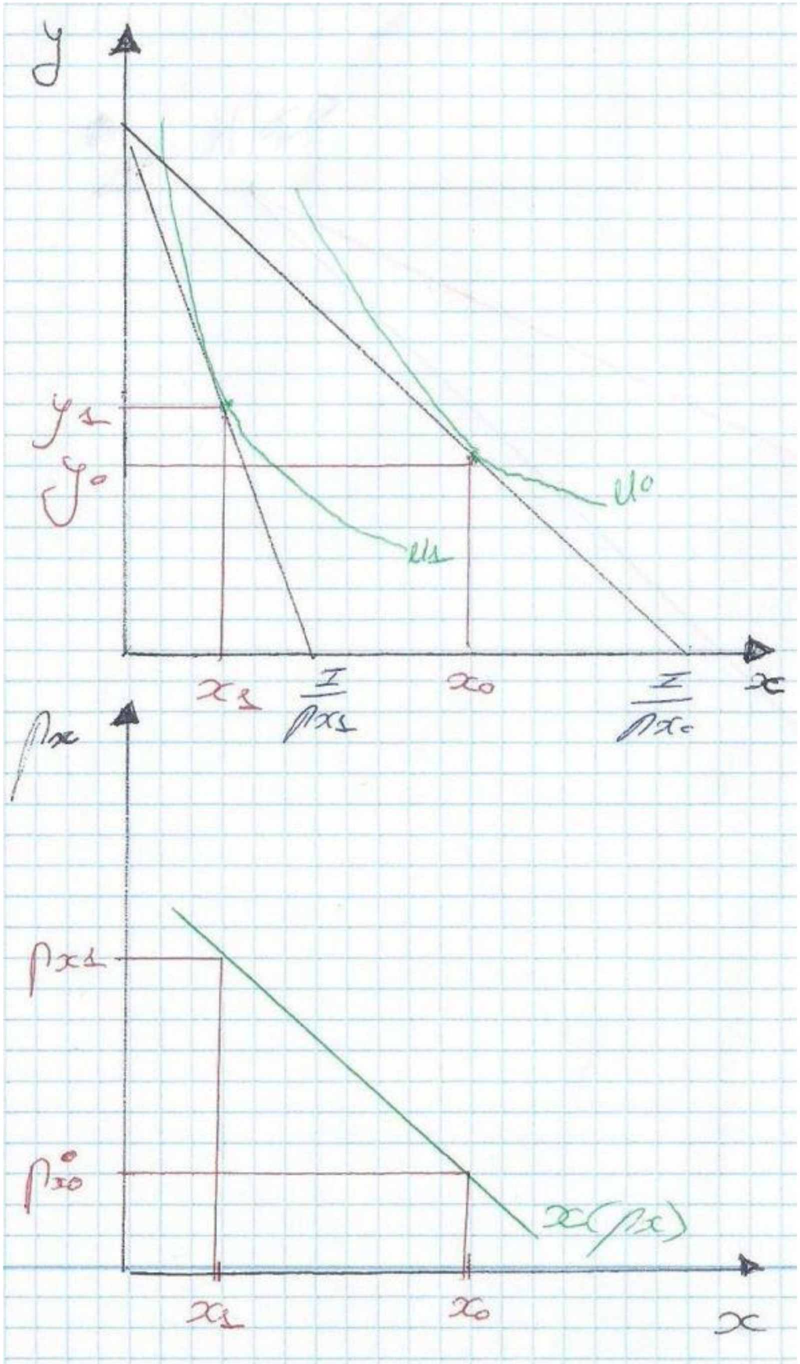
Al subir el *Precio* del bien *x*, la *Restricción Presupuestaria* rota en la dirección de las agujas del reloj. El bienestar se reduce de u^0 a u^1. La cantidad demandada de x se reduce de x_0 a x_1.

Recordar los siguientes conceptos:

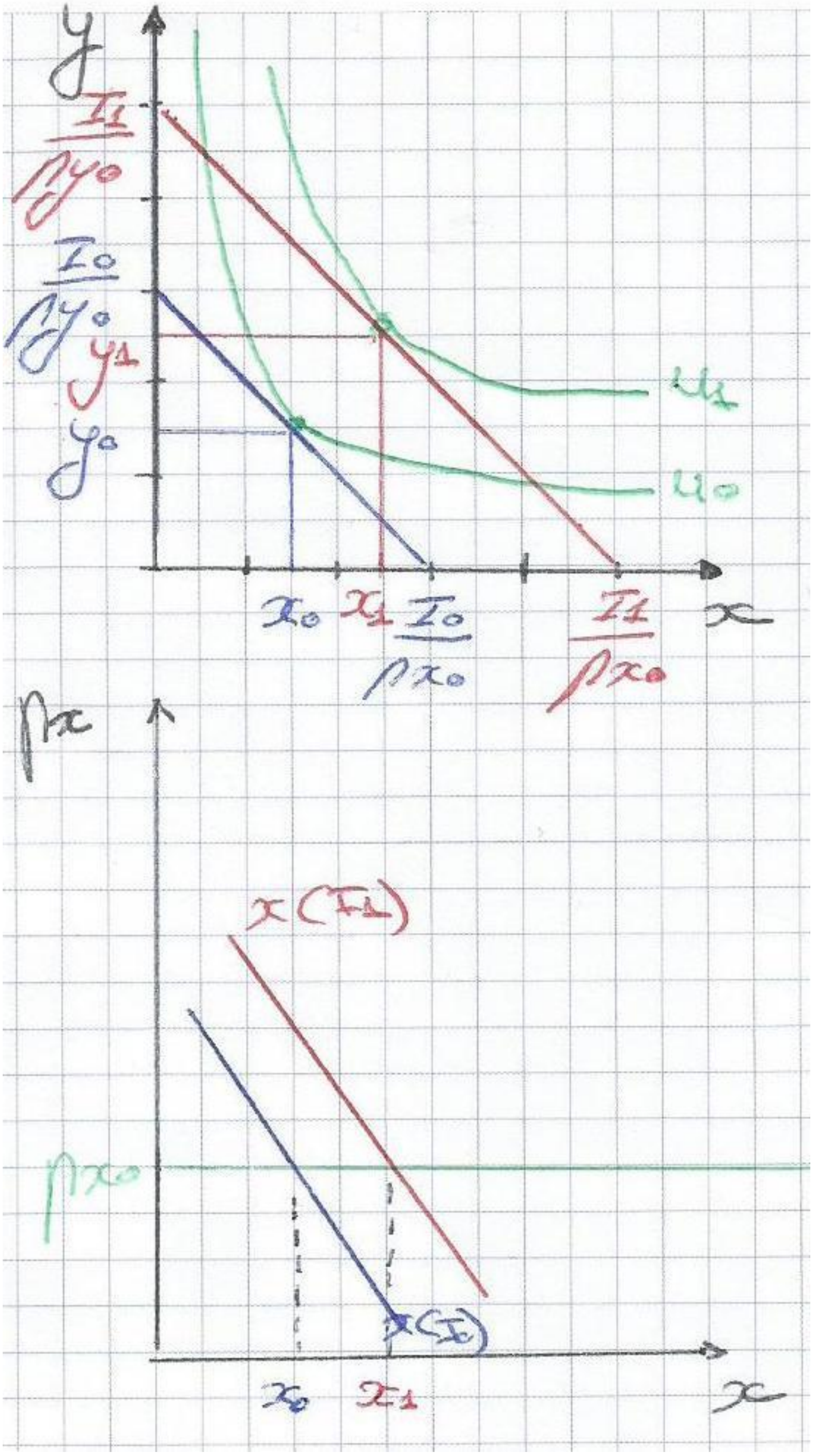
Análisis de Estática Comparativa.

Variables Endógenas y Variables Exógenas.

Representación gráfica de la cantidad demandada y el precio del bien.



Aumento de la Renta del consumidor.

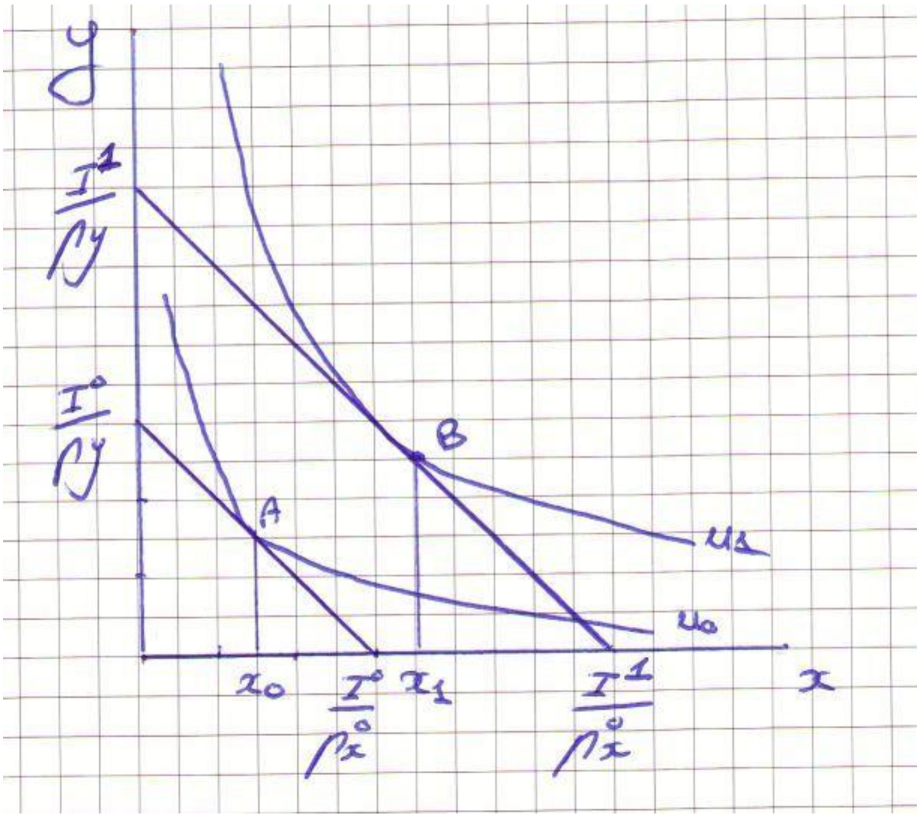


La cesta de bienes x_0, y_0 maximiza el bienestar del consumidor cuando la *Renta* es I_0. La subida de la *Renta* de I_0 a I_1 produce un desplazamiento de la

Restricción Presupuestaria. Como consecuencia, las cantidades óptimas de bienes son ahora x_1 e y_1. El nivel de bienestar aumenta desde u_0 hasta u_1. Por tanto, ***en este caso***, las *Cantidades Demandadas* de los bienes y el *Bienestar* son *Funciones crecientes de la Renta.*

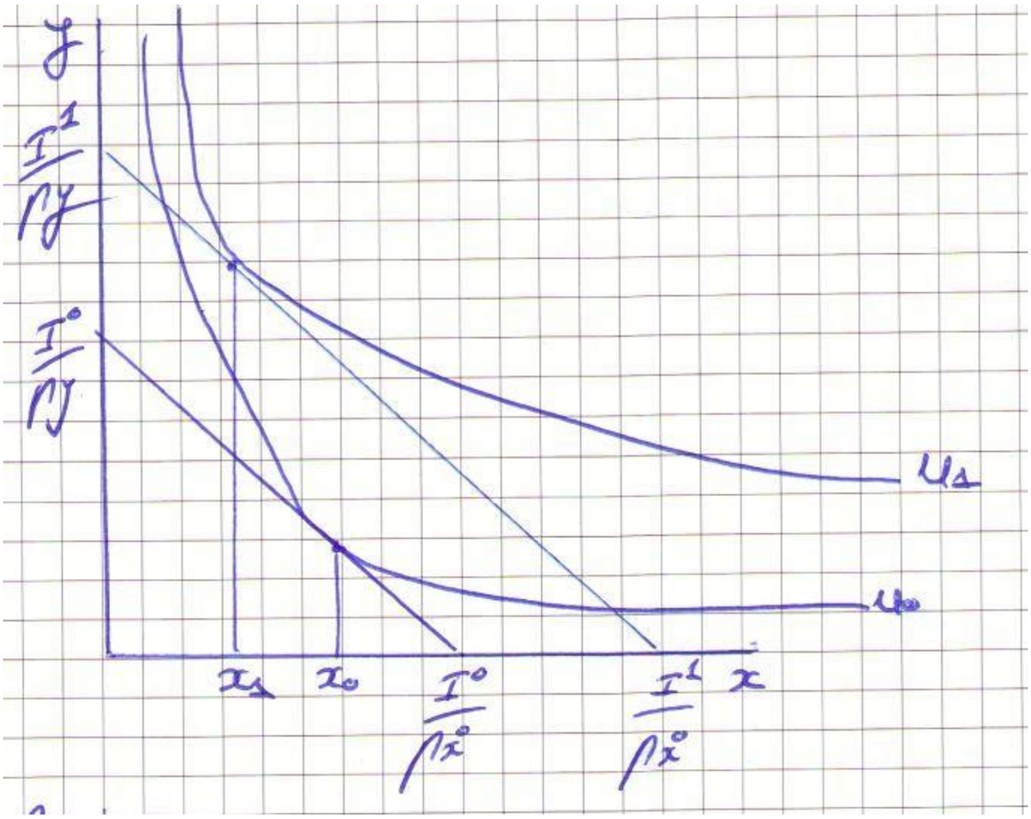
Distinguir bienes normales y bienes inferiores.

Representación gráfica de un Bien Normal.



La *Curva de Demanda* se desplaza. Cambia la cantidad demandada ***para cada Precio*** del bien. En este caso se desplaza a la derecha.

Representación gráfica de un Bien Inferior.



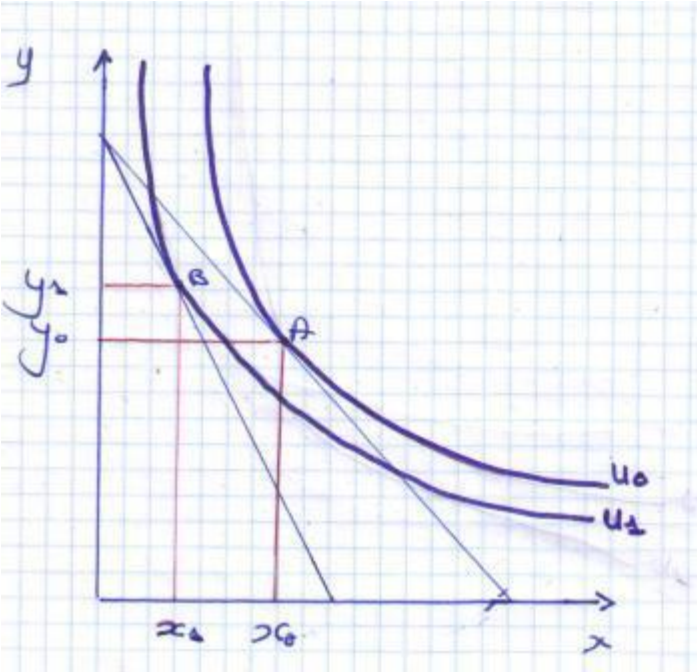
En este caso, la *Curva de Demanda* del bien *x* se desplaza a la izquierda.

Representación gráfica de la subida del precio de otro bien distinto al que analizamos.

Cambios en la demanda de *y* cuando cambia el precio de *x*.

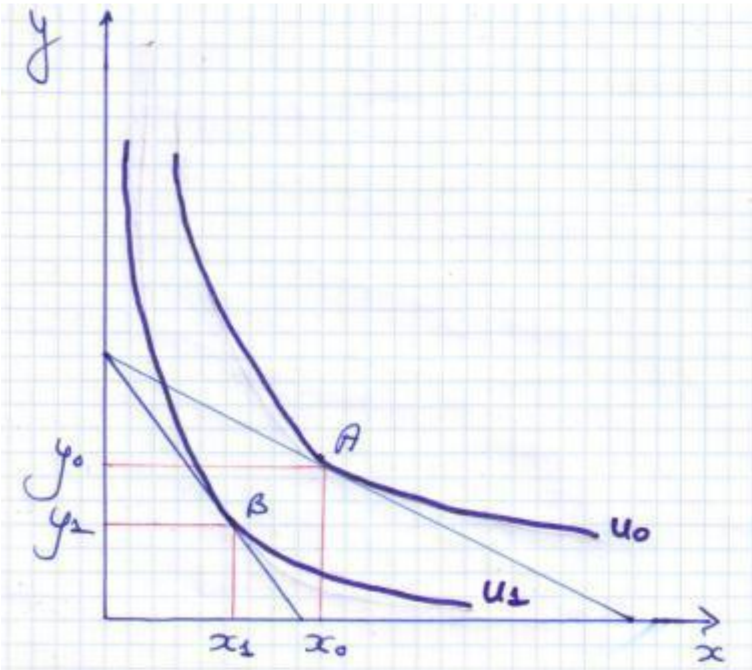
Bienes Sustitutivos.

Al aumentar el precio del bien *x* se incrementa la cantidad demandada del bien *y* manteniendo el resto de variables constantes.



Bienes Complementarios.

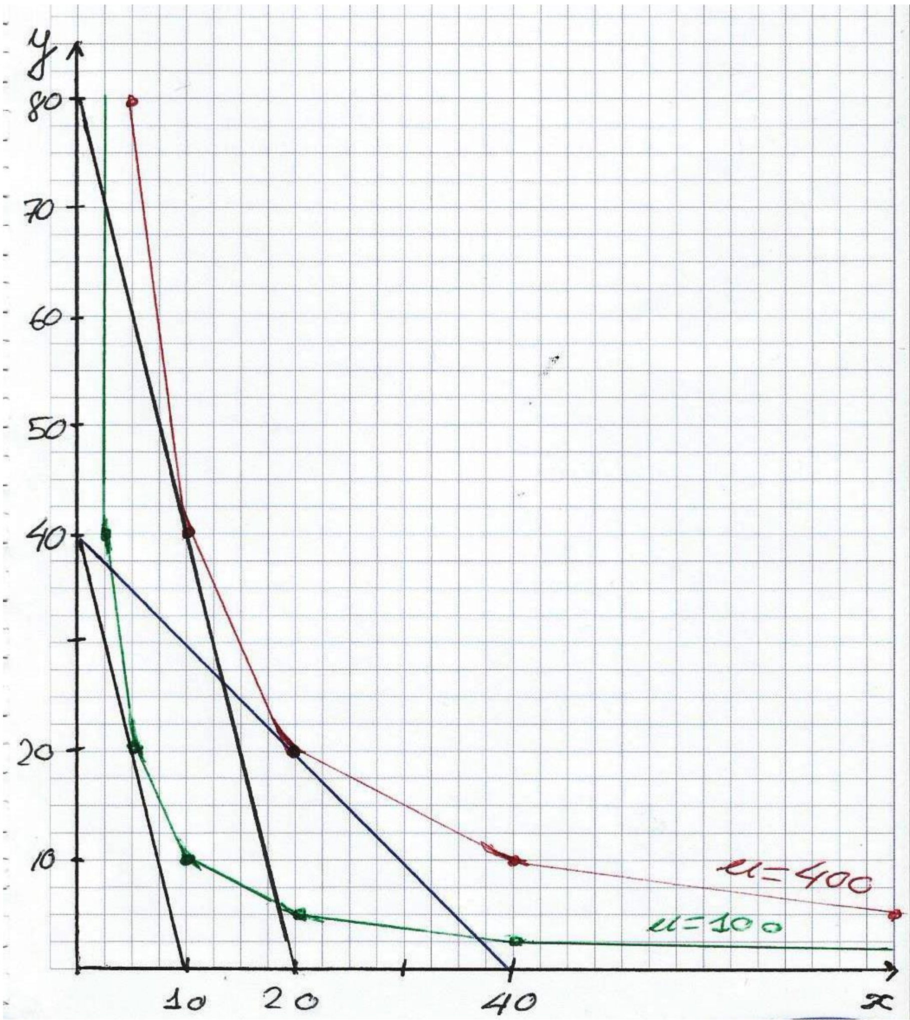
Al aumentar el precio del bien *x* disminuye la cantidad demandada del bien *y* manteniendo el resto de variables constantes.



Analizar los desplazamientos de la curva de *Demanda de x* por cambios en los precios de *y*.

3.2. Efecto Renta y Efecto Sustitución.

Representación de los efectos de una subida del precio del bien *x*. La *Restricción Presupuestaria* gira hacia la izquierda, el bienestar baja del nivel de utilidad *400* al nivel de utilidad *100*.



Cuando sube el *Precio del Bien x* y disminuye la *Cantidad Demandada* de *x*, hay dos efectos:

Efecto Renta. Ahora soy más pobre y mi nivel de utilidad ha bajado.

Efecto Sustitución. El bien *y* se hace más atractivo al subir el precio de *x* aunque me hayan compensado el *Efecto Renta* (soy más pobre porque el precio de *x* es más alto). Es decir, el bien *y* se hace más atractivo aunque me moviese por la *Curva de Indiferencia* original.

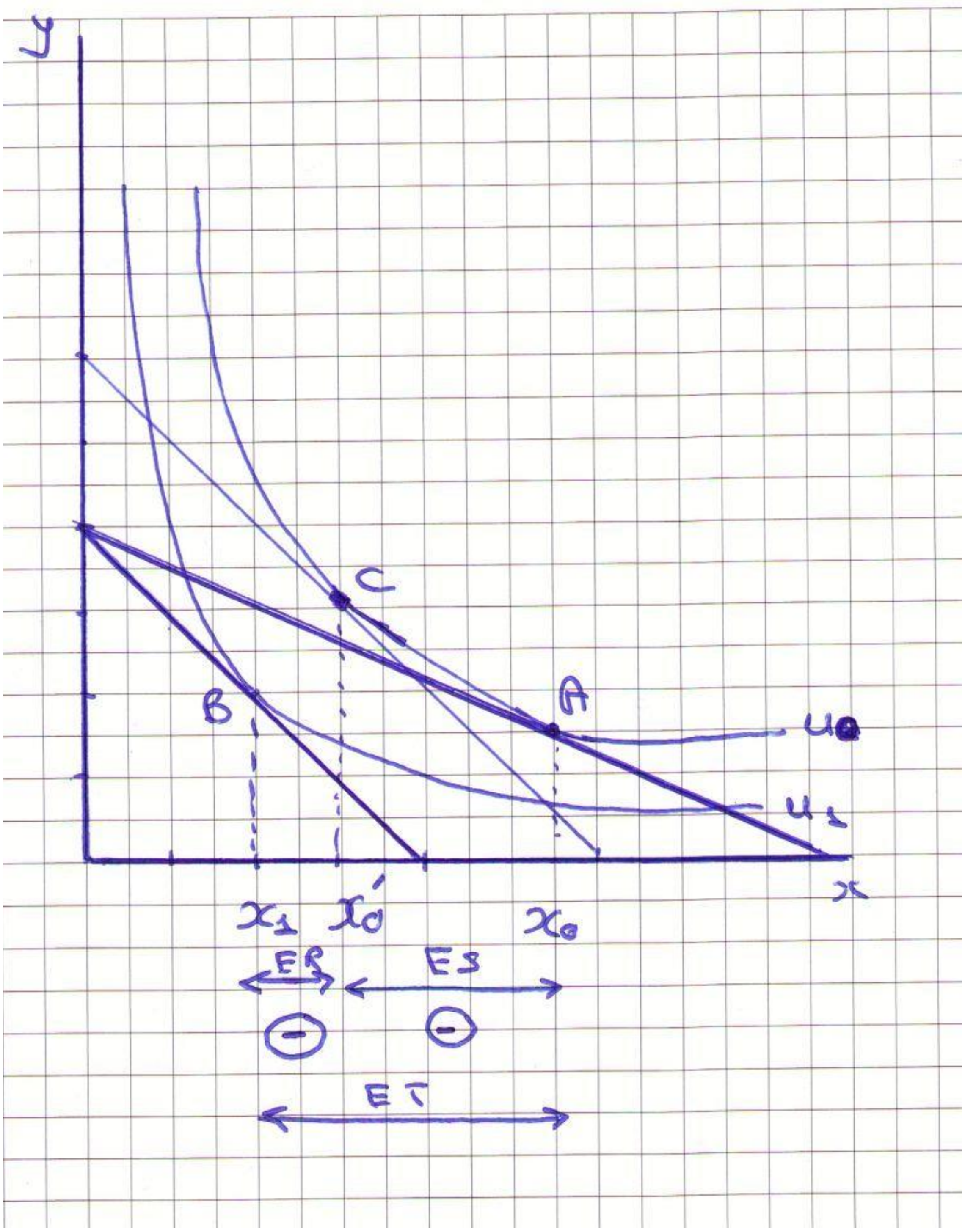
Ejemplo de *Efecto Renta*.

Si consumes un único bien, la subida del precio de ese bien tiene sólo *Efecto Renta*. No hay sustitución posible. Consumes menos de ese bien y tienes un bienestar inferior porque sube el precio del bien.

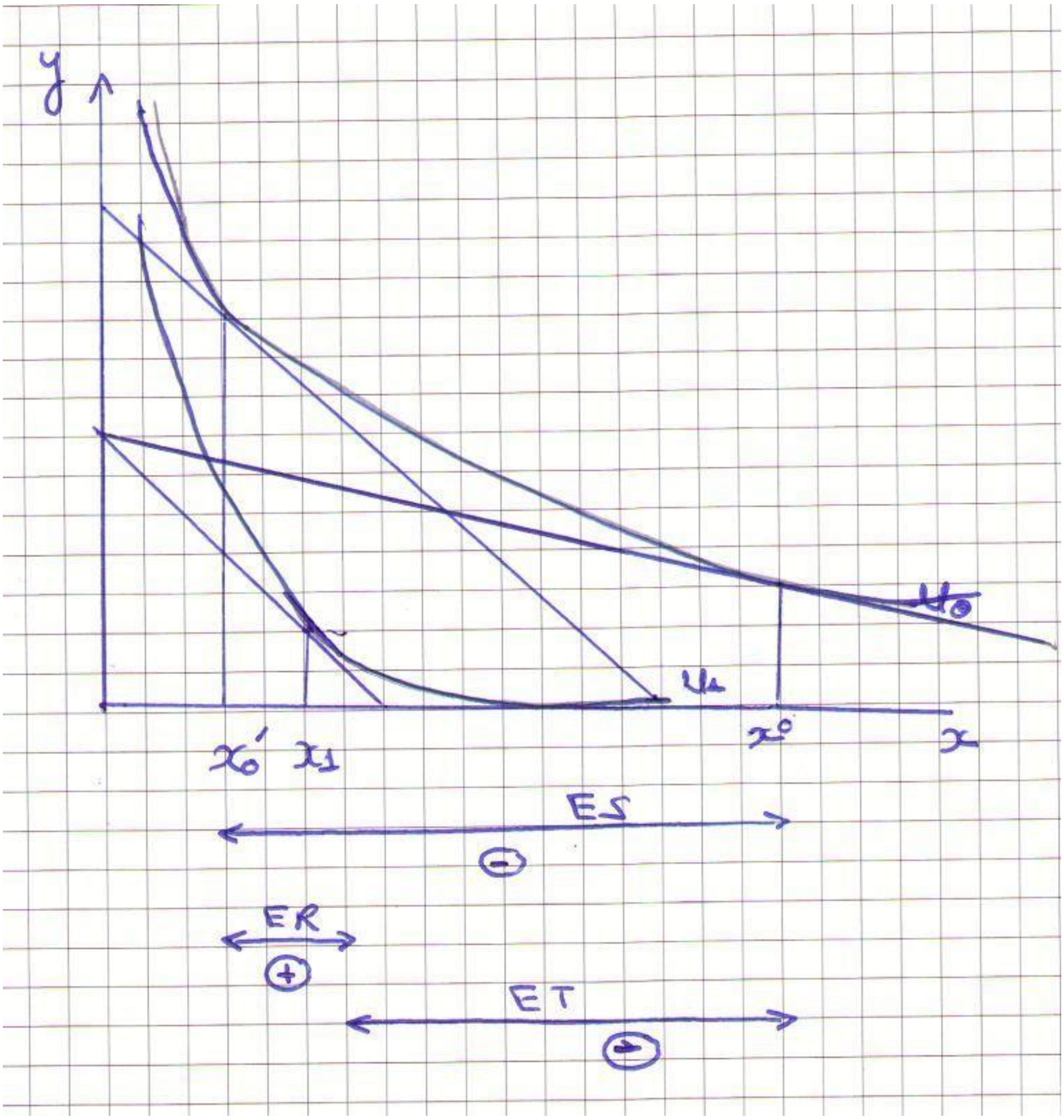
Ejemplo de *Efecto Sustitución*.

Consumes un bien con un *Sustitutivo Perfecto*. El precio de ambos bienes es el mismo. Sube el precio de uno de los bienes. Hay un *Efecto Sustitución* (cambias al bien más barato) pero no tiene un *Efecto Renta*.

Efecto Renta y Efecto Sustitución de un Bien Normal.


y
C
B
A
u0
u1
x
x1
x0'
x0
ER
ES
−
−
ET

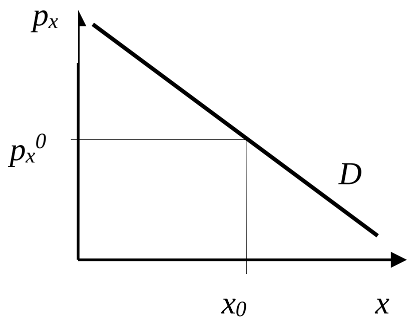
Efecto Renta y Efecto Sustitución de un Bien Inferior.



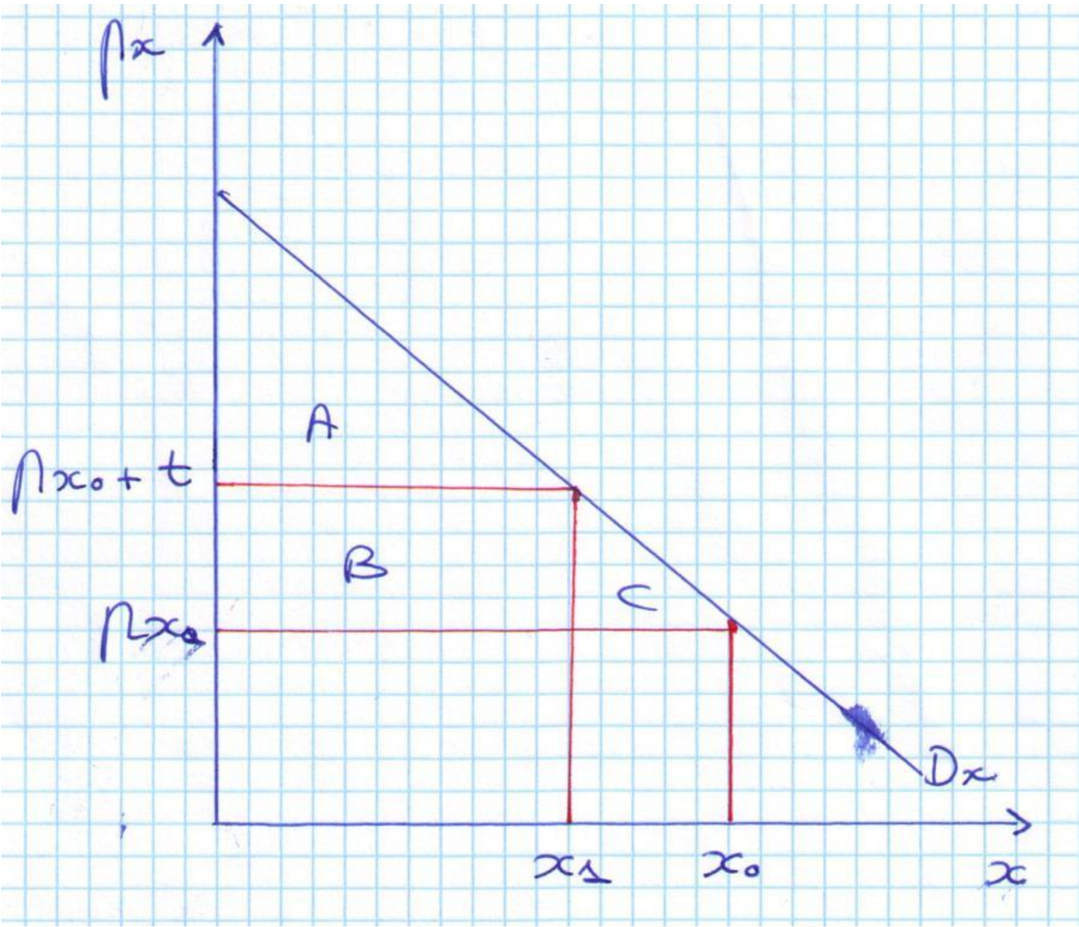
3.3. Excedente del Consumidor.

La *Curva de Demanda* se puede interpretar como una voluntad de pago del individuo, es decir, lo que estaría dispuesto a pagar (p_{x0}) por consumir una determinada cantidad x_0.

Para una cantidad x_0 estamos dispuestos a pagar un precio p_{x0}. Sin embargo, por cada unidad de producto hasta llegar a la cantidad x_0 estaríamos dispuestos a pagar precios superiores. El *Excedente del Consumidor* es la diferencia entre lo que el consumidor está dispuesto a pagar por cada unidad y lo que paga realmente por esta unidad. El *Excedente del Consumidor* es una medida de *Bienestar del Consumidor*.



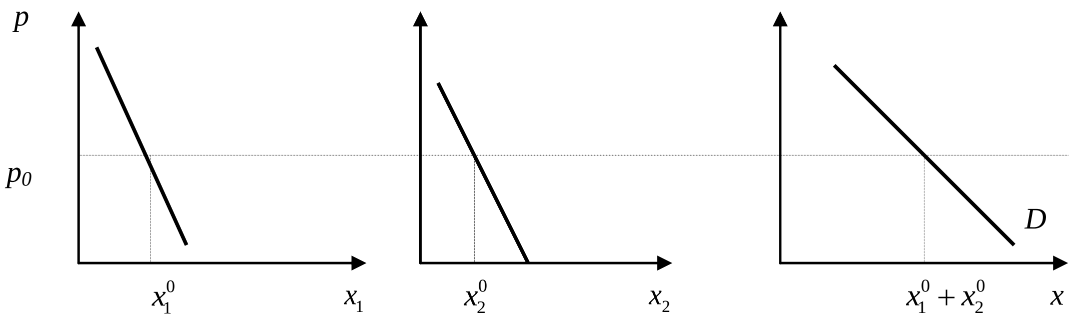
Comentario sobre el efecto sobre el Excedente del Consumidor de una subida del precio. Por ejemplo, por una subida de un impuesto. ¿Quién se apropia del excedente del consumidor perdido?



El triangulo *C* mide la *Pérdida Irrecuperable de Bienestar* del impuesto. Mide una reducción del bienestar del consumidor que no acaba en forma de recaudación. Este triángulo se origina porque se le niega el acceso al bien a consumidores que estarían dispuestos a pagar su coste de producción (*Coste Marginal*, precio).

3.4. Demanda Agregada

Suma horizontal de las demandas individuales



Elasticidad.

Definición.

Dada una función *y=f(x)* se define la *Elasticidad* de *y* con respecto a *x* como:

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta y}{y}\times 100}{\frac{\Delta x}{x}\times 100} = \frac{x}{y}\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{x}{y}\frac{\partial y}{\partial x}$$

Es decir, mide el cambio porcentual en la variable *y* cuando la variable *x* aumenta en un *1* por ciento.

Elasticidad Precio de la Demanda:

Dada una función de demanda $Q = f(P)$ se define la *Elasticidad Precio de la Demanda* como:

$$\varepsilon = -\frac{\frac{\Delta Q}{Q}\times 100}{\frac{\Delta P}{P}\times 100} = -\frac{P}{Q}\frac{\Delta Q}{\Delta P} \approx -\frac{P}{Q}f'(P)$$

Curva de Demanda Elástica.

Curva de Demanda Inelástica.

Implicaciones en los ingresos de una subida del *1%* en el precio.

Implicaciones en los ingresos de un aumento del *1%* en la cantidad ofertada.

Aplicaciones de la teoría del consumidor.

Curva de Oferta de Trabajo.

La *Oferta de Trabajo* la realizan los individuos a partir de unas preferencias de ocio y de consumo, es decir:

$$U = U(\theta, C)$$

donde, θ son las horas de ocio, C el es consumo y U es la utilidad o bienestar del individuo. Existe una *Relación Marginal de Sustitución* entre ocio y consumo.

Ejemplos:

$U(\theta, C) = \theta^{\alpha} C^{\beta} \quad U(\theta, C) = \theta^{0.3} C^{0,7}$

Los individuos también tienen una *Restricción Presupuestaria* a la hora de realizar la elección óptima entre ocio y consumo, que vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$pC = w(24 - \theta) + I_0$$

donde, p es el precio del bien de consumo, w es el salario por hora e I_0 la renta no salarial del individuo. Operando en la restricción presupuestaria se tiene que:

$$pC + w\theta = 24w + I_0$$

Alternativamente:

$$C = \frac{24w + I_0}{p} - \frac{w}{p}\theta$$

El precio relativo del ocio y el consumo $\frac{w}{p}$ se iguala a la *Relación Marginal de Sustitución* para obtener las cantidades óptimas de consumo y ocio.

$\frac{w}{p}$ se puede interpretar como la capacidad de compra del salario. Es la capacidad de compra de una hora de tiempo. Es el coste de oportunidad de una hora de tiempo.

La cantidad de horas de trabajo se calcula como: $L = 24 - \theta$.

Consumo presente y futuro (ahorro).

Dos periodos de tiempo *1* y *2*.

Unas preferencias sobre el consumo en ambos periodos C_1 y C_2 representadas por la *Función de Utilidad*:

$$U = U\left(C_1, C_2\right).$$

Ejemplos:

$U\left(C_1, C_2\right) = C_1^{\alpha} C_2^{\beta} \quad U\left(C_1, C_2\right) = C_1^{0,3} C_2^{0,7}$.

Existe una *Relación Marginal de Sustitución* de consumo presente por consumo futuro (RMS_{21}). Es decir, el número de unidades de consumo presente a las que estaría dispuesto a renunciar por una unidad de consumo futuro.

Los individuos tienen una *Restricción Presupuestaria* a la hora de realizar la elección óptima entre consumo presente y futuro. Por simplificar, el modelo se supone que en el periodo *1* el individuo tiene una renta *I*. En el segundo periodo, tiene que vivir de sus ahorros en el periodo *1*. Los ahorros del periodo *1* producen un tipo de interés *r*. Por tanto, el consumo en el segundo periodo se puede escribir como:

$$C_2 = \left(I - C_1\right)\left(1 + r\right)$$

Operando en la *Restricción Presupuestaria* se tiene que:

$$\left(1 + r\right)C_1 + C_2 = I$$

Alternativamente:

$$C_1 = \frac{I}{1 + r} - \frac{1}{1 + r} C_2$$

Si se consume una unidad adicional en el segundo periodo se renuncia a $\frac{1}{1+r}$ en el primer periodo.

La decisión óptima de consumo presente y futuro ocurre cuando:

$$RMS_{21} = \frac{1}{1+r}$$

Apéndice 1.

Tratamiento matemático de la Teoría del Consumidor.

Un ejemplo sencillo de *Optimización Condicionada*:

$$\max_{x,y}\ z = xy$$
$$st\ x + y = 8$$

Método de Sustitución:

$$y = 8 - x$$
$$z = x(8 - x) = 8x - x^2$$

El problema se convierte en una optimización libre con una sola variable. Por tanto, se tiene que:

$$z' = 8 - 2x = 0 \Rightarrow x = 4, y = 4$$
$$z'' = -2 < 0 \Rightarrow \text{Maximo}$$

El método de sustitución tiene dos problemas:

1. La sustitución no siempre es posible.
2. La sustitución no siempre es recomendable. En los modelos económicos, la restricción es tan importante como la función objetivo y no conviene perder sus componentes por sustitución.

Método de Lagrange.

$$L = xy + \lambda(8 - x - y)$$
$$\frac{\partial L}{\partial x} = y - \lambda = 0 \Rightarrow y = \lambda$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \lambda$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 8 - x - y = 0$$

Dividiendo miembro a miembro, las dos primeras derivadas implican que:

$$\frac{y}{x} = \frac{\lambda}{\lambda} \Rightarrow \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow x = y$$

La tercera implica que se cumple la restricción. Sustituyendo el resultado anterior en la restricción se tiene que:

$$x = 4 \quad y = 4 \quad \lambda = 4$$

El comportamiento del consumidor se modeliza como el resultado de elegir las cantidades de bienes que maximizan la utilidad sujeta a una *Restricción Presupuestaria*. Es decir:

$$\begin{aligned} &\max_{x,y} \; U(x,y) \\ &p_x \, x \; + \; p_y \, y \; = \; I \end{aligned}$$

Utilizamos el *Método de Lagrange* para analizar el proceso de optimización.

$$\begin{aligned} &L = \; U(x,y) + \lambda\left(I - p_x \; x - p_y \; y\right) \\ &\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda p_x = 0 \\ &\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_y = 0 \\ &\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - p_x \; x - p_y \; y = 0 \end{aligned}$$

Estas tres condiciones constituyen un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas (x, y, λ). La solución de este sistema cambiaría si cambiasen los precios o la renta, ya que si cambia la restricción cambia la solución. Por tanto, (x, y, λ) son funciones de los precios y la renta.

El sistema de ecuaciones contiene conceptos económicos relevantes tales como: la *Utilidad Marginal* del bien x, la *Utilidad Marginal* del bien y, los precios de los bienes y la renta. Las soluciones al sistema son:

$$\begin{aligned} x &= x\left(p_x, p_y, \mathrm{I}\right) \\ y &= y\left(p_x, p_y, \mathrm{I}\right) \\ \lambda &= \lambda\left(p_x, p_y, \mathrm{I}\right) \end{aligned}$$

<u>*x* e *y* son las funciones de demanda ordinarias</u>. Relacionan la cantidad demandada de un bien con los precios y con la renta.

¿Por qué funciona el *Método de Lagrange*?

La última condición implica que se cumple la restricción presupuestaria. Analizando las dos primeras se tiene que:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda p_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial x} = \lambda p_x \\ &\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial y} = \lambda p_y \end{aligned}$$

Dividiendo miembro a miembro las condiciones anteriores, se tiene que:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow RMS_{xy} = \frac{p_x}{p_y}$$

Es decir, que las dos primeras condiciones hacen que se cumpla la igualdad de pendientes de la *Curva de Indiferencia* y la *Restricción Presupuestaria*. Por tanto, Lagrange hace que se cumplan las condiciones de tangencia entre la *Curva de Indiferencia* y la *Restricción Presupuestaria*.

¿Qué significado tiene el *Multiplicador de Lagrange* (λ)?

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda p_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial x} = \lambda p_x \Rightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{p_x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial y} = \lambda p_y \Rightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial U}{\partial y}}{p_y}$$

λ es el resultado de dividir el bienestar que te produce la última unidad de x por el precio de x. Por tanto, mide que bienestar produce una unidad de renta gastada en x. Lo mismo ocurre con el bien y. Por tanto, λ mide la *Utilidad Marginal de la Renta*.

Es importante darse cuenta de que λ depende de los precios y la renta. Es un resultado relevante al tratar de hacer transferencias entre individuos. Aunque las preferencias fuesen iguales el cambio de utilidad al recibir o perder una unidad de renta sería distinta dependiendo de los precios y la renta.