Crecimiento Económico (Tercera parte)

Revisado en noviembre de *2023*.

Contabilidad de Crecimiento

Residuo de Solow.

Con una *Función de Producción Cobb-Douglas*: $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$.

Fijamos los *Factores de Producción* en $K = L = 2$. En ese caso, el cambio en la producción (Y) depende de los cambios en la tecnología A. Si consideramos tres periodos de tiempo, se tiene que:

$$
\begin{aligned}
&Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}\\
&K = L = 2 \Rightarrow Y = A2^{\alpha}2^{1-\alpha} = 2A\\
&\mathrm{A}_0=1 \Rightarrow Y_0=2\\
&\mathrm{A}_1=1{,}1 \Rightarrow Y_1=2{,}2\\
&\mathrm{A}_2=1{,}5 \Rightarrow Y_1=3{,}3
\end{aligned}
$$

Es frecuente interpretar A como un índice de *Productividad Total de los Factores* y la tasa de crecimiento de A, es decir , $\frac{\dot{A}}{A}$ como una Tasa de Crecimiento de la *Productividad Total de los Factores*.

Productividad Total de los Factores y *Productividad Media.*

Productividad Media ≡ *Producto Medio del Trabajo.*

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \Rightarrow \frac{Y}{L} = \frac{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L^{\alpha}L^{1-\alpha}} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

Una *Productividad Total de los Factores* (A) más elevada conduce a una *Productividad Media* más elevada si el *Capital per Cápita* se mantiene constante.

La *Productividad Media* puede variar de forma distinta a la *Productividad Total de los Factores* si el *Capital per Cápita* cambia.

A es inobservable.

Solow propone un estimador para $\frac{\dot{A}}{A}$.

$Y = AK^{\alpha} L^{1-\alpha} \Rightarrow \ln Y = \ln A + \alpha \ln K + (1-\alpha) \ln L$

Derivando la expresión en logaritmos con respecto al tiempo, se tiene que:

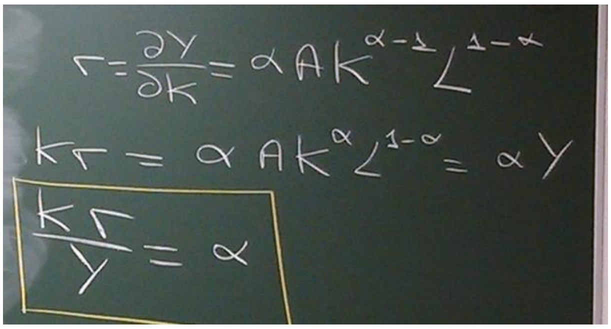
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \ln \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha) \frac{\dot{L}}{L}.$$

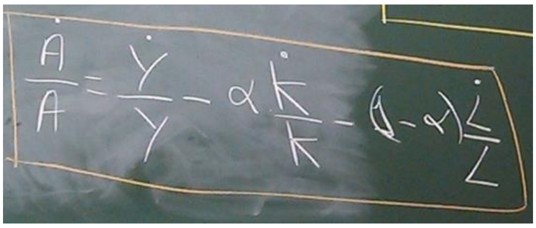
Es decir, el crecimiento de la producción se puede descomponer en una parte que no depende del cambio en los factores de producción $\frac{\dot{A}}{A}$ y en otra que sí depende de los factores de producción $\left(\alpha \ln \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha) \frac{\dot{L}}{L} \right)$.

La parte del cambio en el crecimiento del output que no depende de los factores de producción *se puede* calcular como:

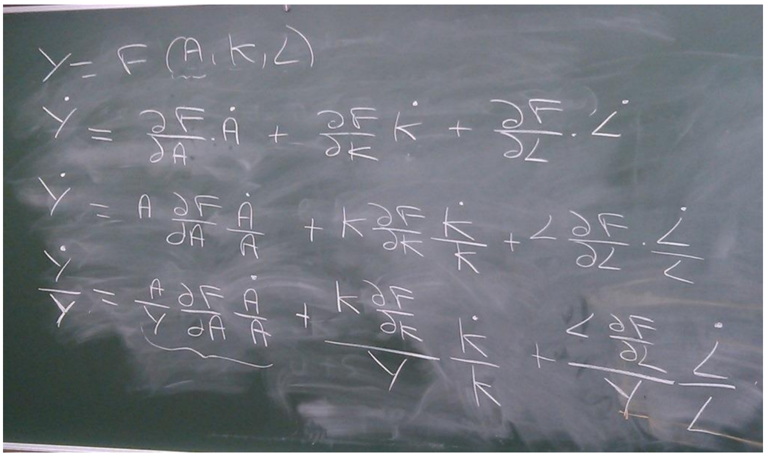
$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha \ln \frac{\dot{K}}{K} - (1-\alpha) \frac{\dot{L}}{L}.$$

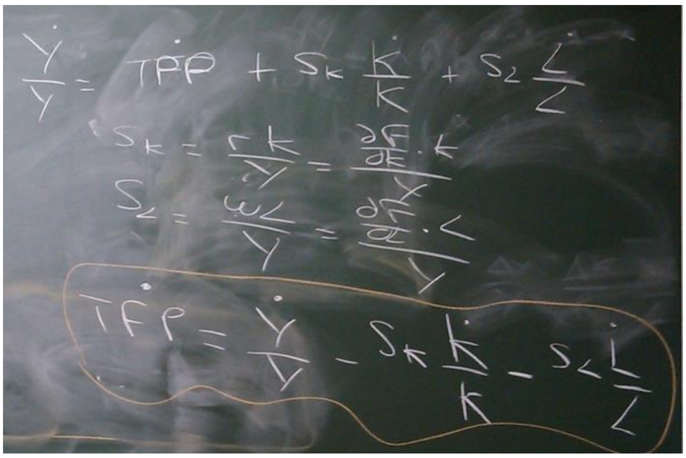
El valor estimado de $\frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha \ln \frac{\dot{K}}{K} - (1-\alpha) \frac{\dot{L}}{L}$ se conoce como *Residuo de Solow*. Se usa como una medida empírica del crecimiento de la *Productividad Total de los Factores*.





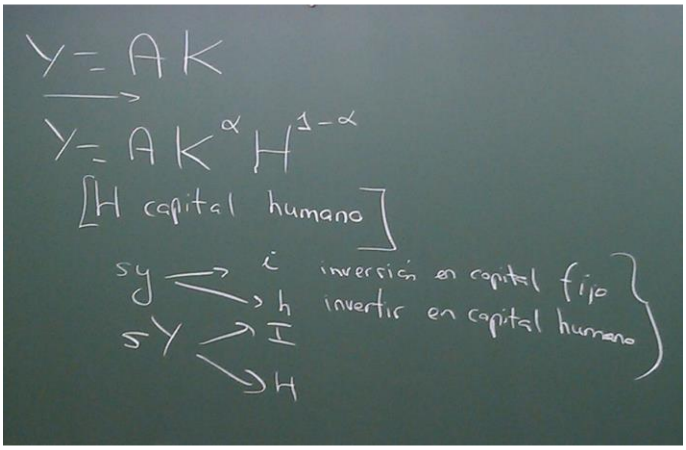
Con una Función de Producción Genérica:

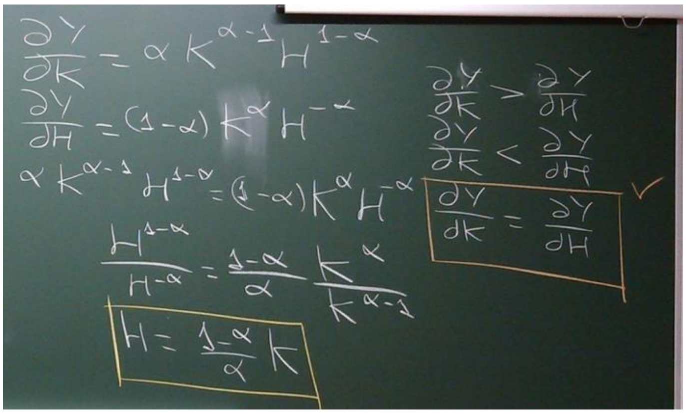


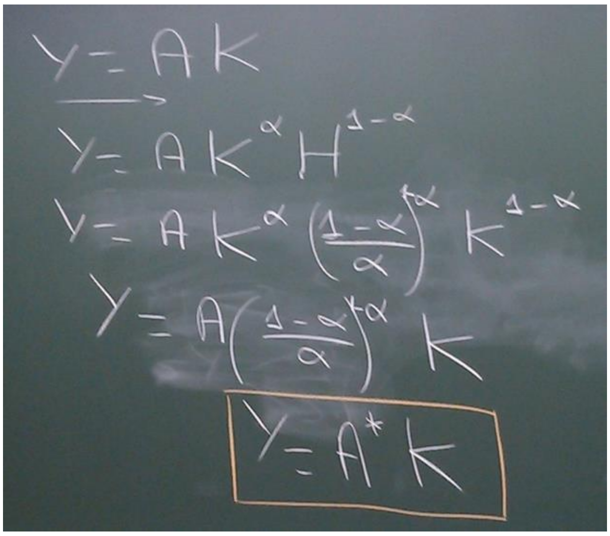


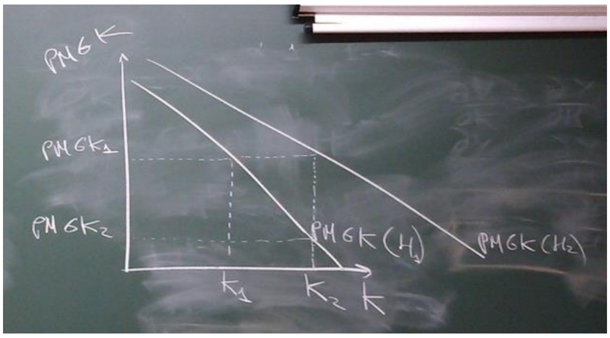
Modelos con crecimiento constante en el estado estacionario.

Capital humano

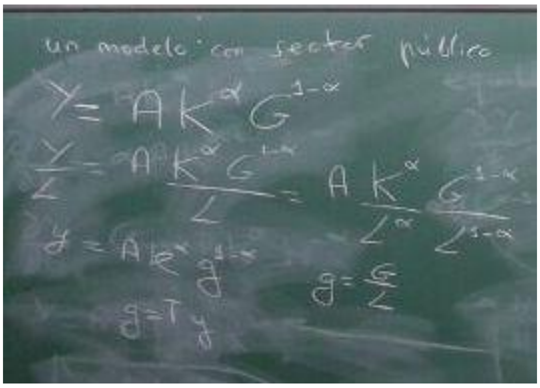


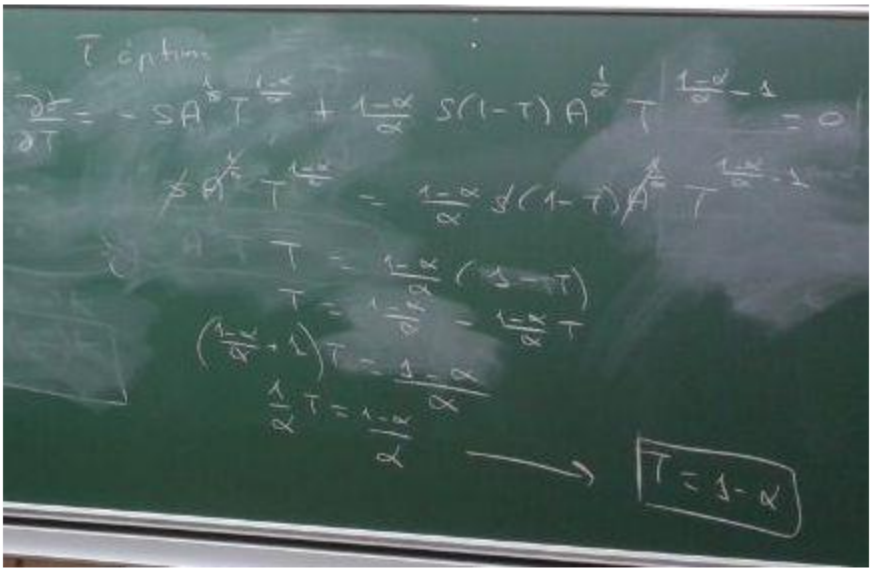






Inversión pública óptima.




T óptimo
T = 1 - α